

AUXILIAR CURRICULAR
CLASA a 11-a - uman
Profesor BEATRIS ANGHEL

CUPRINS:

- *Elemente de statistica matematica*
- *Grafuri*

ELEMENTE DE STATISTICA MATEMATICA

Elemente de Statistica Matematica

Statistica matematica se ocupa de **gruparea, analiza si interpretarea datelor** referitoare la un anumit fenomen precum si cu unele **previziuni privind producerea lui viitoare**.

Populatia statistica este orice multime construită cu obiecte de aceeasi natura. Elementele unei populatii se numesc **unitati statistice** sau **indivizi**. Numarul de elemente care constituie populatia se numeste **volumul populatiei**.

Caracteristica (sau **variabila statistica**) a populatiei trasatura comuna tuturor unitatilor (indivizilor) populatiei. Caracteristica poate fi **cantitativa** sau **calitativa**.

Caracteristicile cantitative pot fi **discrete** (sau **discontinue**) daca variabila statistica ia valori finite sau **continue** daca variabila poate lua orice valoare dintr-un interval finit sau infinit.

Numarul tuturor indivizilor unei populatii se numeste **efectivul total** al acelei populatii.

Se numeste **frecventa absoluta** a unei valori x a caracteristicii, numarul de unitati ale populatiei corespunzatoare acestei valori.

Se numeste **frecventa relativa** a unei valori x_i a caracteristicii raportul dintre frecventa absoluta n_i a valorii x_i si efectivul total al populatiei.

Elemente Caracteristice ale unei Serii Statistice

1. Media

Se numeste **media** caracteristicii x numarul: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{n}$, unde $\sum_{i=1}^k n_i$ este efectivul total

2. Mediana

Mediana \tilde{x} este o valoare astfel incat jumatatea valorilor x_i ale esantionului sunt mai mici sau egale cu \tilde{x} si cealalta jumate a valorilor x_i sunt mai mari sau egale cu \tilde{x} .

3. Modulul

Prin **modulul** (sau **dominanta**) unei serii statistice se intelege valoarea caracteristicii corespunzatoare celei mai mari frecvente daca valorile caracteristicii sunt discrete si valoarea centrala a clasei corespunzatoare celei mai mari frecvente daca variabila este continua.

4. Dispersia

$$v = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(x_k - \bar{x})^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

Numarul v se numeste **dispersia** valorilor esantionului.

Numarul $\sqrt{v} = \sigma$ se numeste **abaterea mediei** patratelor.

$$v = \sum_{i=1}^k f(x_i)(x_i - \bar{x})^2$$

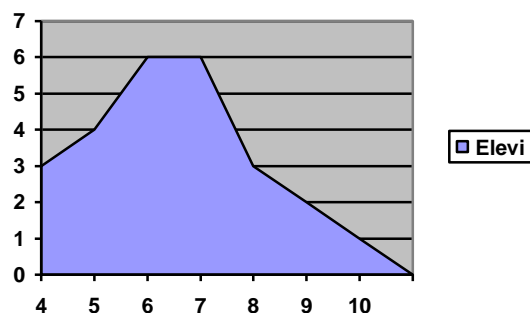
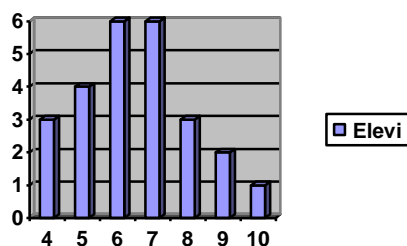
$$v = \sum_{i=1}^k f(x_i)x_i^2 - (\bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

Problema 1

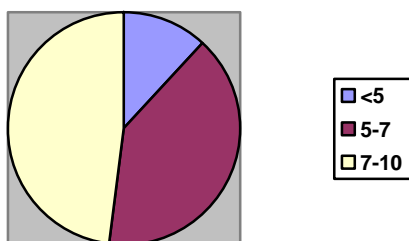
Un profesor isi ia din catalogul unei clase mediile la matematica pe semestrul trecut in vederea unor prelucrari statistice. Acestea sunt: 6, 7, 7, 5, 9, 8, 4, 10, 7, 5, 6, 6, 7, 8, 4, 4, 6, 5, 8, 6, 7, 5, 6, 9, 7. (25 elevi)

- 1) Sa se completeze un tabel care contine rubricile: Nota, Frecventa absoluta, Frecventa relativa, Frecventa Cumulata. Realizati reprezentarea in batoane si poligonul frecventelor.
- 2) Folosind datele din tabel precizati:
 - a. Cati elevi au note mai mici decat 5? Indicati procentul lor.
 - b. Cati elevi au note intre 5 si 7? Indicati procentul lor.
 - c. Cati elevi au note intre 7 si 10? Indicati procentul lor.
 - d. Reprezentati aceste date printr-o diagrama in forma unui disc, cu a), b), c) indicate prin sectoare ale cercului.
- 3) Determinati media aritmetica, mediana, dispersia si abaterea mediei patratice.

Nota	Frecvența absolută	Frecvența relativă	Frecvența Cumulată
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	3	0.12	0.12
5	4	0.16	0.28
6	6	0.24	0.52
7	6	0.24	0.76
8	3	0.12	0.88
9	2	0.08	0.96
10	1	0.04	1



- 2) a. 3 elevi au note sub 5. Acestia reprezinta 12%.
- b. 10 elevi au note intre 5 si 7. Acestia reprezinta 40%.
- c. 12 elevi au note intre 7 si 10. Acestia reprezinta 48%.

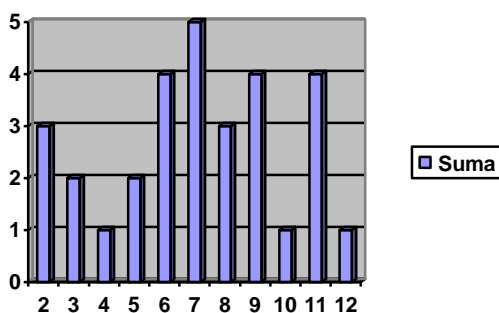


- 3) Media aritmetica = $(4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 6 + 7 \cdot 6 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 2 + 10) / 25 = 6.48$
 Mediana = 7
 Dispersia = 2.48 (calculate tabelar)
 Abaterea = 1.57

Problema 2

În cadrul laboratorului de matematica aplicată se consideră aruncarea simultană a două zaruri de câte doi elevi și se înregistrează suma punctelor obținute pe cele două zaruri. Se aruncă zarurile de 30 de ori. Completați un tabel care conține următoarele coloane: Suma obținută, Frecvența absolută, Frecvența relativă, Frecvența cumulată crescătoare. Alcatuiți diagrama în batoane. Calculați media, dispersia și abaterea mediei pătratice.

Suma	Frecvența absolută	Frecvența relativă	Frecvența Cumulată
2	3	0,1	0,1
3	2	0,066666667	0,166666667
4	1	0,033333333	0,2
5	2	0,066666667	0,266666667
6	4	0,133333333	0,4
7	5	0,166666667	0,566666667
8	3	0,1	0,666666667
9	4	0,133333333	0,8
10	1	0,033333333	0,833333333
11	4	0,133333333	0,966666667
12	1	0,033333333	1



$$\text{Media} = 7,033333333$$

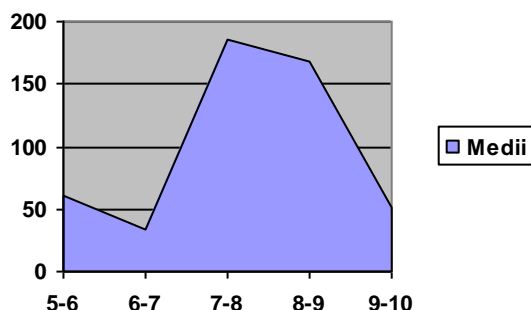
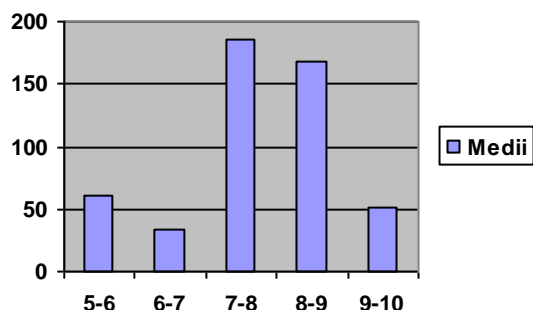
$$\text{Dispersia} = 8,165567$$

$$\text{Abaterea} = 2,857545$$

Problema 3

La examenul de bacalaureat, cei 500 de elevi ai unui liceu au obținut la proba de matematică rezultatele din tabelul alăturat. Să se alcatuiască histograma și poligonul frecvențelor. Calculați media, dispersia și abaterea mediei pătratice.

Nota	Nota aprox	Numar de elevi	Media	Dispersia	Abaterea
5-6	5,5	61	7,728	302,803024	1,117146
6-7	6,5	34	7,728	51,271456	
7-8	7,5	186	7,728	9,669024	
8-9	8,5	168	7,728	100,125312	
9-10	9,5	51	7,728	160,139184	



TEME DE PROIECT

Utilizând rezultatele obținute de elevii claselor a 12-a a Colegiului CTC NVK la simulările pentru bacalaureat:

- 1) Sa se completeze un tabel care contine rubricile: Nota, Frecventa absoluta, Frecventa relativa, Frecventa Cumulata. Realizati reprezentarea in batoane si poligonul frecventelor.
- 2) Folosind datele din tabel precizati:
 - a. Cati elevi au note mai mici decat 5? Indicati procentul lor.
 - b. Cati elevi au note intre 5 si 7? Indicati procentul lor.
 - c. Cati elevi au note intre 7 si 10? Indicati procentul lor.
 - d. Reprezentati aceste date printr-o diagrama in forma unui disc, cu a), b), c) indicate prin sectoare ale cercului.
- 3) Determinati media aritmetica, mediana, dispersia si abaterea mediei patratice.

GRAFURI

Graf neorientat = o pereche de mulțimi (V, E) unde V este o mulțime finită nevidă de elemente numite noduri iar E o mulțime de perechi neordonate din V , numite muchii. Notăm graful cu $G = (V, E)$.

Intr-un un graf $G = (V, E)$ **neorientat** relația binară este simetrică: $(v, w) \in E$ atunci $(w, v) \in E$.

Nod = element al mulțimii V , unde $G = (V, E)$ este un graf neorientat.

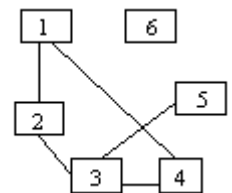
Muchie = element al mulțimii E ce descrie o relație existentă între două noduri din V , unde $G = (V, E)$ este un graf neorientat;

In figura alaturata:

$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ sunt noduri

$E = \{[1, 2], [1, 4], [2, 3], [3, 4], [3, 5]\}$ sunt muchii

$G = (V, E) = (\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \{[1, 2], [1, 4], [2, 3], [3, 4], [3, 5]\})$



Adiacenta: Într-un graf neorientat existența muchiei (v, w) presupune că w este adiacent cu v și v adiacent cu w .

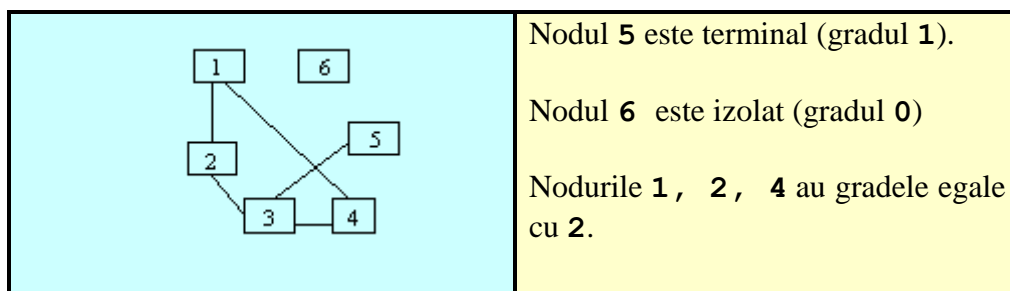
În exemplul din figura de mai sus vârful **1** este adiacent cu **4** dar **1** și **3** nu reprezintă o pereche de vârfuri adiacente.

Incidență = o muchie este incidentă cu un nod dacă îl are pe acesta ca extremitate. Muchia (v, w) este incidentă în nodul v respectiv w .

Grad = Gradul unui nod v , dintr-un graf neorientat, este un număr natural ce reprezintă numărul de noduri adiacente cu acesta (sau numărul de muchii incidente cu nodul respectiv)

Nod izolat = Un nod cu gradul **0**.

Nod terminal = un nod cu gradul **1**



Intrebari si exercitii :

1. desenati un graf G neorientat cu 6 noduri si 10 muchii
2. Exprimati graful ca o relatie binara detaliind multimea nodurilor si multimea muchiilor
3. precizati pentru fiecare nod gradul

Exersați elementele teoretice, utilizând siteul:

http://campion.edu.ro/arhiva/www/arhiva_2009/seds/17/index.htm

Obs: Daca un graf neorientat are m muchii atunci suma gradelor tuturor nodurilor este 2m.

In orice graf G exista un numar par de noduri de grad impar

Lanț = este o secvență de noduri ale unui graf neorientat $G=(V,E)$, cu proprietatea că oricare două noduri consecutive din secventa lanț sunt adiacente:

$L=[w_1, w_2, w_3, \dots, w_n]$ cu proprietatea că $(w_i, w_{i+1}) \in E$ pentru $1 \leq i < n$.

Lungimea unui lanț = numărul de muchii din care este format.

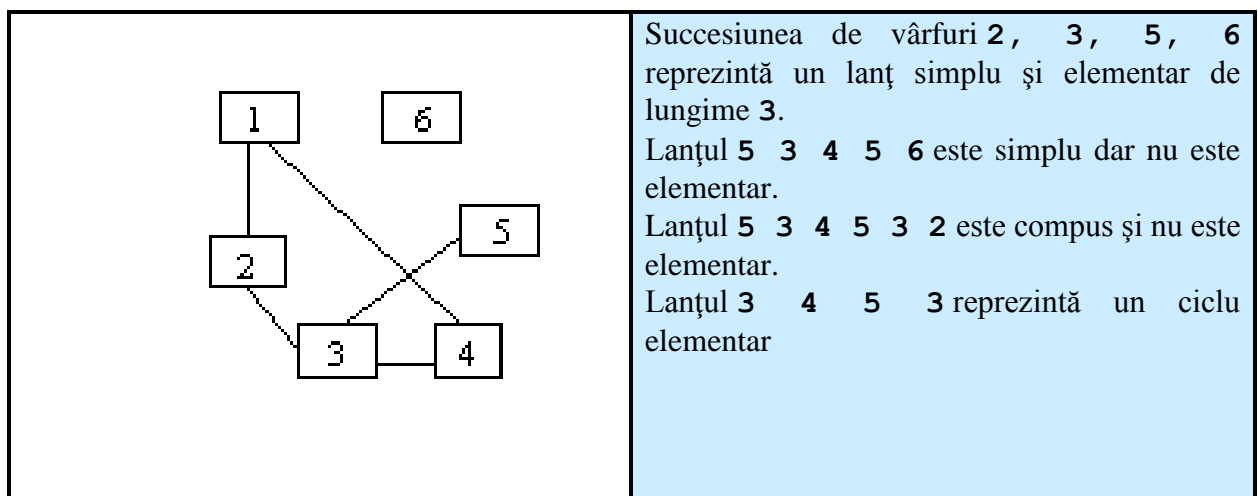
Lanț simplu = lanțul care conține numai **muchii distincte**

Lanț compus= lanțul care **nu este** format numai din muchii distincte

Lanț elementar = lanțul care conține numai **noduri distincte**

Ciclu = Un lanț în care primul nod coincide cu ultimul.

Ciclu este elementar dacă este format doar din noduri distincte, excepție făcând primul și ultimul. Lungimea unui ciclu nu poate fi 2.



OBIECTIVE

1. **Identificarea** unor metode de colectare și interpretare a datelor
2. **Interpretarea** datelor statistice cu ajutorul graficelor și a diagramelor
3. **Utilizarea** datelor statistice pentru analiza de caz
4. **Transpunerea** în limbaj matematic prin mijloace statistice a unor probleme practice
5. **Caracterizarea** unor situații reale prin interpretarea statistică a datelor
6. **Identificarea** unor probleme concrete a căror rezolvare necesită abordarea cu ajutorul grafurilor
7. **Transpunerea** în reprezentări pe graf a unor probleme date
8. **Utilizarea** tehnicilor de lucru în grafuri pentru determinarea de soluții
9. **Descrierea** tuturor variantelor unei probleme cu ajutorul grafurilor
10. **Aplicarea** metodelor de optimizare cu ajutorul grafurilor în rezolvarea unor probleme

STANDARDE DE PROMOVARE

1. Să prelucreze date statistice cu ajutorul tabelelor, graficelor și diagramelor
2. Să interpreteze și să utilizeze date statistice pentru analiza de caz
3. Să realizeze teme de proiect și portofoliul
4. Să identifice elementele grafurilor.